

2018~2019学年天津河西区天津市实验中学高二下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共8小题，每小题4分，共32分）

1. 下列结论中正确的是（ ）.

A. $(\cos x)' = \sin x$

B. $(2^x)' = 2^x \lg 2$

C. $(x^3)' = 3x^2$

D. $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$

2. $(1-x)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为（ ）.

A. -10

B. -5

C. 5

D. 10

3. 从1、2、3、4、5中选三个数字，组成无重复数字的三位数，其中奇数的个数为（ ）.

A. 9

B. 24

C. 36

D. 60

4. 若关于 x 的二项式 $\left(x + \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^n$ 展开式的二项式系数之和为64，常数项为15，则 a 的值为（ ）.

A. 1

B. ± 1

C. 2

D. ± 2

5. 若函数 $f(x) = 2\ln x + \frac{x^2}{2} + (5-m)x$ 在 $(2, 3)$ 上是增函数，则 m 的取值范围是（ ）.

A. $(-\infty, 5 + 2\sqrt{2}]$

B. $(-\infty, 5 + 2\sqrt{2})$

C. $\left[\frac{26}{3}, +\infty\right)$

D. $(-\infty, 8]$

6. 某学院安排5名毕业生到某外资企业的三个部门A, B, C实习，要求每个部门至少安排一人，其中甲、乙大学生必须安排到同一部门的不同分配方法有（ ）.

A. 27种

B. 36种

C. 45种

D. 54种

7. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + f'(x) > 1$, $f(0) = 2$, 则不等式 $e^x f(x) > e^x + 1$ (其中 e 为自然对数) 的解集为（ ）.

A. $(0, +\infty)$

B. $(-\infty, 0)$

C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

D. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 6x + 1, & x \leq 0 \\ \frac{1}{3}e^x + \frac{2}{3}, & x > 0 \end{cases}$, 若方程 $f(x) = x + m$ 有3个不等实根，则实数 m 的范围是（ ）.

A. $\left(-\frac{4}{3}, \frac{28}{3}\right)$

B. $\left(1, \frac{28}{3}\right)$

C. $\left(-\frac{4}{3}, 1\right) \cup \left(1, \frac{28}{3}\right)$

D. $\left(1, \frac{28}{3}\right) \cup \left(-\frac{4}{3}, \frac{5}{3} - \ln 3\right)$

二、填空题（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

9. 已知随机变量 X 的分布列如下表所示，则 $D(X) =$ _____.

X	-2	0	8
p	$\frac{1}{2}$	m	$\frac{1}{4}$

10. 已知函数 $f(x) = 2f'(1)\ln x - x^2$ ，则 $f'(2) =$ _____.

11. 若 $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中第2项与第4项的二项式系数相等，则展开式中二项式系数最大的项是_____.

12. 已知函数 $f(x) = 4x^5 + 5x^4 - \frac{40}{3}x^3$ ，则函数 $f(x)$ 的极大值点为_____.

13. 将3个男同学和3个女同学排成一列，若男同学甲与另外两个男同学不相邻，则不同的排法种数为_____。（用具体的数字作答）

14. 编号为1到5的5名同学随机坐在编号为1到5的5个座位上，至多有一名同学的编号与座位编号相同的坐法有_____种.

三、解答题（本大题共4小题，共44分）

15. 已知函数 $f(x) = e^x(-x^2 + 3x - 1)(x \in \mathbf{R})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上的最值.

16. 某中学高二年级共8个班，现从高二年级选10名同学组成社区服务小组，其中高二（1）班选取3名同学，其它各班各选取1名同学．现从这10名同学中随机选取3名同学，到社区老年中心参加“尊老爱老”活动（每位同学被选到的可能性相同）．
- （1）设 X 为选出同学中高二（1）班同学的人数，求随机变量 X 的分布列和数学期望．
- （2）设“选出的3名同学均来自不同班级”为事件 A ，求事件 A 发生的概率．

17. 某次知识竞赛规则如下：在主办方预设的固定顺序的5个问题中，选手若能正确回答出三个问题，即停止答题，晋级下一轮；否则不能晋级．假设某选手正确回答每个问题的概率都是 $\frac{2}{3}$ ，且每个问题回答的正确与否都相互独立．
- (1) 设 “该选手连续答对三道题晋级下一轮” 为事件 A ，求事件 A 发生的概率．
- (2) 记该选手在本轮中答对问题的个数为随机变量 ξ ，求随机变量 ξ 的分布列和期望．

18. 已知函数 $f(x) = \ln(x+1) + \sin x - x$, $g(x) = mx^2 + (2m-1)x + m-1$ (其中 $m \in \mathbf{R}$).

(1) 求函数 $f(x)$ 在原点处的切线方程.

(2) 求证: 当 $x \in (-1, +\infty)$ 时, $f(x) \leq x$ 恒成立.

(3) 若对于任意的 $x \in (-1, +\infty)$, $f(x) \leq g(x)$ 恒成立, 求实数 m 的最小值.